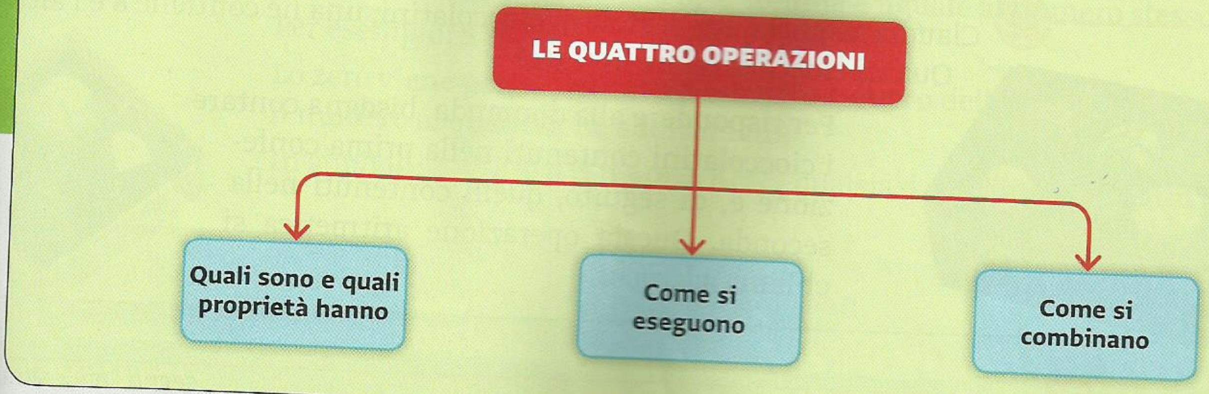
MAPPA DEI CONTENUTI

Mappa completa a pag. 130



ATTIVITÀ

dimmi

Scarica materiali utili

OPERAZIONI ARITMETICHE... E NON

Consideriamo le situazioni reali, illustrate nelle immagini della pagina precedente.

- Che cosa si ottiene mescolando della tempera di colore rosso con della tempera gialla?

  ....

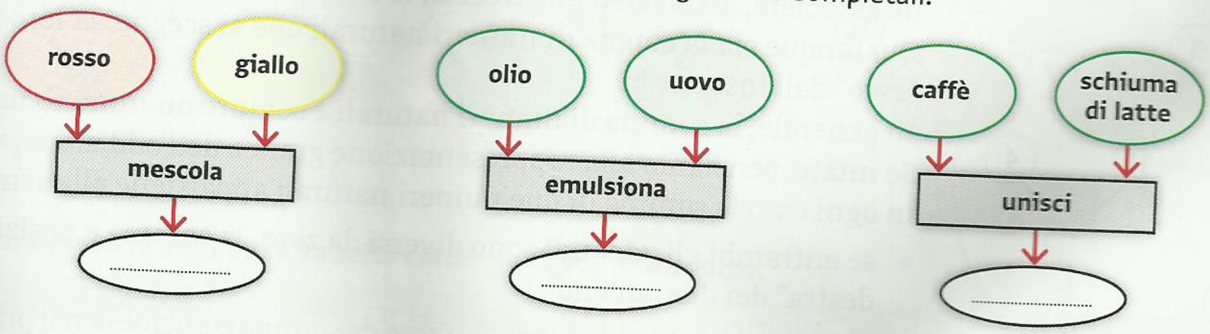
- Che cosa si ottiene emulsionando un uovo con un bicchiere d'olio?

  ....

- Che cosa si ottiene aggiungendo del latte montato a schiuma in una tazza di caffè?

  ....

Possiamo schematizzare questi "fenomeni" con dei diagrammi. Completali.



In ciascuna situazione abbiamo preso due oggetti, li abbiamo combinati in un modo particolare, e abbiamo ottenuto un terzo oggetto che è il *risultato* della nostra *operazione*.
È proprio questo il significato del termine "operazione" in matematica.
In particolare, parliamo di **operazione aritmetica** ogni volta che è possibile associare a due numeri, dati in un certo ordine, un terzo numero che soddisfi determinate condizioni.

1 L'addizione

Claudia acquista due scatole di cioccolatini, una ne contiene 8 e l'altra 4. Quanti cioccolatini ha in tutto?

Per rispondere alla domanda, bisogna contare i cioccolatini contenuti nella prima confezione e, di seguito, quelli contenuti nella seconda. Questa operazione aritmetica si chiama *addizione*.

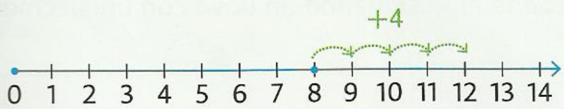
L'**addizione** è l'operazione aritmetica che associa a due numeri (**addendi**) un terzo numero (**somma**), che si ottiene contando successivamente al primo tante unità quante sono quelle del secondo.

segno "più", simbolo dell'addizione

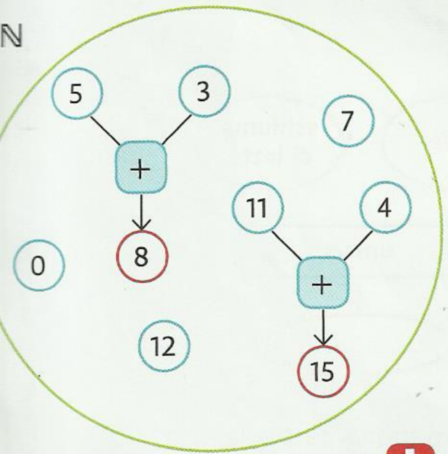
$$\underbrace{8 + 4}_{\text{addendi (termini)}} = \underbrace{12}_{\text{somma (risultato)}}$$

L'addizione sulla semiretta orientata

L'addizione può essere rappresentata sulla semiretta orientata.
Per esempio, per rappresentare $8 + 4 = 12$, si parte dal primo addendo (8) e ci si sposta di tante unità verso destra quante ne indica il secondo addendo (4). Si arriva così alla somma dei due numeri (12).



L'addizione è un'operazione interna a ℕ



Osserviamo il diagramma a fianco, in cui a una coppia di numeri naturali viene associata, attraverso una freccia, la loro somma.
Qualunque sia la coppia di numeri naturali che si sceglie, la loro somma non "esce" dall'insieme ℕ.
In generale, la somma di numeri naturali è sempre un numero naturale.
Se infatti pensiamo alla rappresentazione grafica dell'addizione, vediamo che in ogni caso la somma di due numeri naturali appartiene alla semiretta:

- se entrambi gli addendi sono diversi da zero, la somma è posizionata più "a destra" dei due addendi;
- se il secondo addendo è uguale a zero, la somma coincide con il primo addendo.

L'addizione è un'**operazione interna** all'insieme ℕ e l'insieme ℕ si dice **chiuso** rispetto all'addizione.

Lo zero e l'addizione

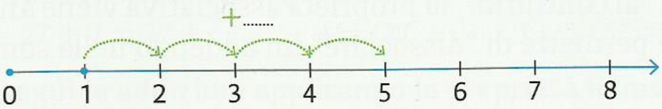
Se a un numero si addiziona 0, la somma è uguale al numero stesso.
Per esempio: $5 + \mathbf{0} = 5$ $\qquad$ $\mathbf{0} + 5 = 5$
Lo zero viene perciò definito **elemento neutro** dell'addizione perché non modifica il numero al quale viene addizionato.
In simboli: $\quad n + 0 = 0 + n = n \quad$ qualsiasi sia il numero naturale n

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. **132** Verifica interattiva

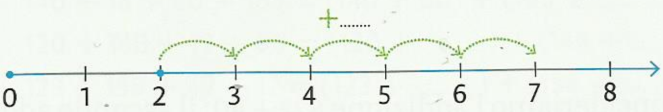
1 **Vero o falso?**

a. I termini *addizione* e *somma* hanno lo stesso significato. V F
b. I termini di un'addizione si chiamano *addendi*. V F
c. La somma è un termine dell'addizione. V F
d. L'addizione è un'operazione interna all'insieme $\mathbb{N}$. V F
e. L'addizione ha l'elemento neutro. V F
f. Se n è un numero naturale, $n + 1$ è il successivo di n. V F

2 **Completa le seguenti addizioni rappresentate sulla semiretta orientata.**

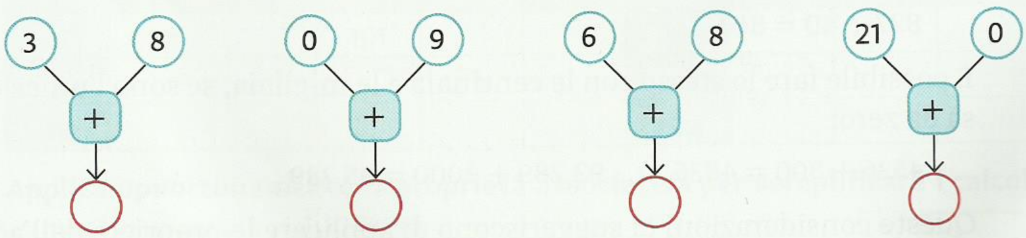


$1 + \ldots\ldots = \ldots\ldots$



$2 + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

3 **Completa i seguenti diagrammi.**



4 **Completa la seguente tabella come nell'esempio svolto.**

1° ADDENDO	2° ADDENDO	ADDIZIONE	SOMMA
3	4	3 + 4	7
		2 + 8	
0	7		
		9 + 0	

2 Le proprietà dell'addizione

L'addizione gode di due proprietà: commutativa e associativa.

Proprietà commutativa dell'addizione
La somma di due o più addendi non cambia se si cambia l'ordine degli addendi.

$a + b = b + a$

Per esempio: $12 + 3 = \mathbf{15}$ $\quad$ $3 + 12 = \mathbf{15}$

Proprietà associativa dell'addizione
La somma di tre o più addendi non cambia se ad alcuni di essi si sostituisce la loro somma.

$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

…erazione del …tirsi non è …mmutativa: non …i metterti prima le …rpe e poi i calzini!

Per esempio: $\mathbf{8} + \mathbf{3} + 6 = \mathbf{11} + 6 = 17$ $\quad$ $8 + \mathbf{3} + \mathbf{6} = 8 + \mathbf{9} = 17$

La proprietà associativa può anche essere letta da destra verso sinistra e permette di vedere un addendo come somma di due numeri. Per esempio:

$\mathbf{18} + 12 = \mathbf{10} + \mathbf{8} + 12 = 10 + 20 = 30$

Quando viene applicata "al contrario", la proprietà associativa viene anche chiamata **dissociativa**, perché permette di "dissociare" un addendo nella somma di due o più numeri.

Tecniche di calcolo

- **In riga o a mente.** Consideriamo l'addizione 827 + 40: il secondo addendo ha una sola cifra diversa da zero, quella delle decine. Per ottenere il risultato basta allora aggiungere 4 decine alle 2 del numero 827:

  $827 + 40 = 867$

  È possibile fare lo stesso con le centinaia e le migliaia, se sono l'unica cifra diversa da zero:

  $4536 + 300 = 4836$ $\quad$ $93\,289 + 2000 = 95\,289$

  Queste considerazioni ci suggeriscono di applicare le proprietà dell'addizione in modo da "completare" le decine, le centinaia o le migliaia e ottenere, così, somme di numeri che abbiano una sola cifra diversa da 0. Per esempio:

4 + 75 + 16 =

= 4 + 16 + 75 = ← proprietà commutativa
= (4 + 16) + 75 = ← proprietà associativa
= 20 + 75 = **95**

380 + 70 =

= 380 + 20 + 50 = ← proprietà dissociativa
= (380 + 20) + 50 = ← proprietà associativa
= 400 + 50 = **450**

- **In colonna**. Consideriamo l'addizione 399 + 560: disponiamo i numeri uno sot l'altro e sommiamo separatamente le unità dello stesso ordine, facendo attenzi ne ai riporti.

riporto 1 → sommando le decine si ottiene 9 + 6 = 15, cioè 5 decine e 1 centinaio. Pertanto si scrive 5 come cifra delle decine del risultato e si riporta 1 sopra la colonna delle centinaia.

$$\begin{array}{r} 399\ + \\ 560\ = \\ \hline 959\ \ \ \end{array}$$

ATTIVITÀ

Altri esercizi a partire da pag. 135

Verifica interattiva

1 **Stabilisci quale proprietà dell'addizione è stata applicata nelle seguenti uguaglianze.**

a. 6 + 1 + 29 = 6 + 30 ....

b. 18 + 3 + 5 = 3 + 5 + 18 ....

c. 5 + 23 + 7 = 5 + 20 + 3 + 7 ....

d. 38 + 2 + 9 = 40 + 9 ....

2 **Esegui le seguenti addizioni nelle quali sono state applicate le proprietà dell'addizione in modo da completare prima le decine.**

a. 2 + 3 + 28 + 17 = (2 + ...) + (3 + ...) = 30 + ... = 50

b. 9 + 12 + 1 + 18 = (9 + ...) + (12 + ...) = ... + ... = ...

c. 27 + 7 = 27 + ... + 4 = (27 + ...) + ... = ... + ... = ...

3 **Esegui le addizioni applicando le proprietà in modo da completare prima le centinaia.**

a. 140 + 15 + 60 + 185 = (140 + 60) + (185 + ...) = ... + ... = ...

b. 120 + 148 + 12 + 80 = (120 + ...) + (148 + ...) = ... + ... = ...

c. 123 + 158 + 42 + 17 = (123 + ...) + (158 + ...) = ... + ... = ...

4 **Completa la seguente tabella.**

+	10	50	100	300	1000
1	11		101		
3					
26					

+	10	50	100	300	1000
93					
107					
3624					

5 **Applica opportunamente la proprietà associativa per semplificare i calcoli.**

a. 31 + 37 + 59 + 23 = ...

b. 19 + 26 + 11 + 44 = ...

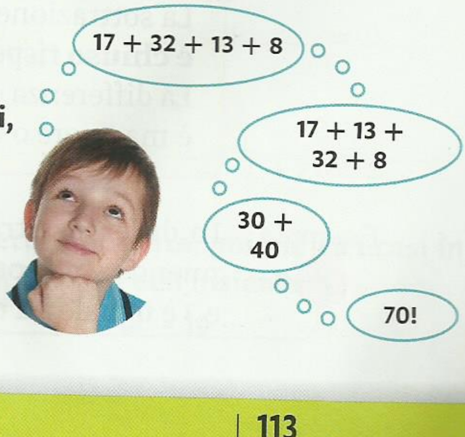
6 **A COLPO D'OCCHIO** **Svolgi a mente le seguenti addizioni, poi indica il risultato corretto.**

a. 18 + 42 + 19 + 1 = ☐ 70 ☐ 80 ☐ 90

b. 14 + 23 + 7 + 16 = ☐ 60 ☐ 50 ☐ 70

c. 2 + 98 + 51 + 49 = ☐ 190 ☐ 180 ☐ 200

d. 5 + 25 + 8 + 32 = ☐ 60 ☐ 50 ☐ 70



3 La sottrazione

Claudia ha bisogno di 9 cartoncini colorati, ma ne ha solo 5. Quanti ne deve acquistare?

In questo problema si conoscono il numero di cartoncini che Claudia ha già e il numero di quelli di cui ha bisogno. Per rispondere alla domanda occorre determinare la quantità di cartoncini che ancora le mancano per avere il totale. In questo caso si deve eseguire una *sottrazione*.

> La **sottrazione** è l'operazione aritmetica che associa a due numeri, detti nell'ordine **minuendo** e **sottraendo**, un terzo numero, detto **differenza**, che addizionato al sottraendo dà come risultato il minuendo.

segno "meno", simbolo della sottrazione

$9 - 5 = 4$

minuendo, sottraendo (termini), differenza (risultato)

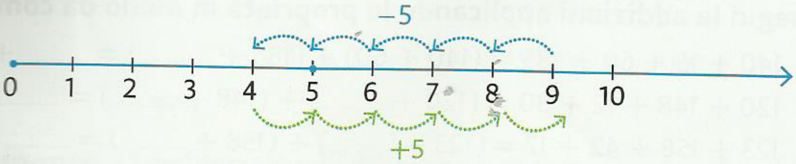
Per esempio: $9 - 5 = 4$ perché $4 + 5 = 9$

La sottrazione sulla semiretta orientata

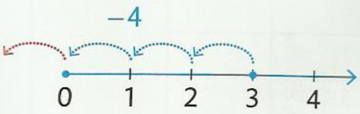
Consideriamo ancora la sottrazione $9 - 5$: per rappresentarla sulla semiretta orientata si parte dal minuendo (9) e si torna indietro di 5 unità. Si arriva così al numero 4, che corrisponde alla differenza tra 9 e 5.

In questo modo si può vedere bene che se da 9 sottraiamo 5 e al risultato addizioniamo di nuovo 5, ritorniamo al numero di partenza.

Per questo si dice che **la sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione**.



La sottrazione non è un'operazione interna a ℕ



Consideriamo la sottrazione $3 - 4$: se proviamo a eseguirla rappresentandola sulla semiretta orientata, a un certo punto finiamo "fuori" dalla semiretta, al di là dello zero. Pertanto la differenza tra i due numeri non è un numero naturale.

> La sottrazione **non è un'operazione interna** all'insieme ℕ e l'insieme ℕ **non è chiuso** rispetto alla sottrazione.
> La differenza di due numeri naturali è un numero naturale solo se il minuendo è maggiore o uguale al sottraendo.

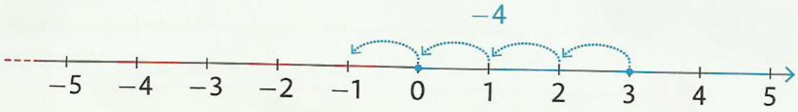
Esempio La differenza tra i numeri naturali 6 e 8 non è un numero naturale perché il minuendo è minore del sottraendo ($6 < 8$). Invece la differenza tra i numeri naturali 5 e 3 è uguale a 2 ed è un numero naturale, infatti $5 > 3$.

Lo zero e la sottrazione

Lo zero **non è l'elemento neutro** della sottrazione.
Infatti $9 - 0 = 9$ e 9 appartiene a $\mathbb{N}$, mentre $0 - 9$ non appartiene a $\mathbb{N}$.

A sinistra dello zero

Abbiamo visto che nell'eseguire alcune sottrazioni, per esempio $3 - 4$, avremmo bisogno di poter proseguire al di là dello zero, cioè di prolungare la semiretta orientata verso sinistra.



In questo modo si ottiene una **retta orientata** su cui, partendo da zero e andando verso sinistra, possiamo posizionare un'altra successione di numeri, uguale a quella dei numeri naturali ma caratterizzata da un segno, il "segno meno". Questi numeri vengono detti **numeri negativi** e nascono dall'esigenza di eseguire sottrazioni tra due numeri qualunque.

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. 140 Verifica interattiva

1 **Rispondi sì o no alle seguenti domande, poi motiva la risposta con degli esempi.**

a. I termini *sottrazione* e *differenza* hanno lo stesso significato? sì no

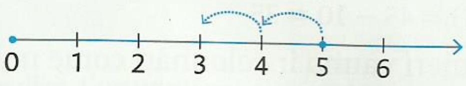
b. La sottrazione è un'operazione interna all'insieme $\mathbb{N}$? sì no

c. La sottrazione ha l'elemento neutro? sì no

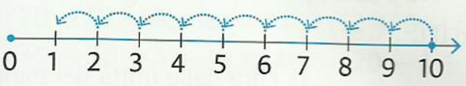
2 **Completa la tabella come nell'esempio svolto.**

MINUENDO	SOTTRAENDO	SOTTRAZIONE	DIFFERENZA	LA SOMMA DI DIFFERENZA E SOTTRAENDO È UGUALE AL MINUENDO?
8	5	8 − 5	3	sì, perché 3 + 5 = 8
11	7			
13	13			
2	0			

3 **Completa le sottrazioni rappresentate sulla semiretta orientata, poi verifica che se addizioni la differenza al sottraendo ottieni il minuendo.**



$5 - \ldots = \ldots \qquad \ldots + \ldots = \ldots$



$10 - \ldots = \ldots \qquad \ldots + \ldots = \ldots$

4 **Rappresenta ciascuna delle seguenti sottrazioni sulla retta orientata, poi indica i casi in cui non è possibile eseguire la sottrazione rimanendo all'interno dell'insieme $\mathbb{N}$.**

☐ 8 − 3 ☐ 7 − 10 ☐ 20 − 14 ☐ 11 − 15 ☐ 18 − 19

4 La proprietà della sottrazione

Leo e Jacopo stanno facendo una raccolta punti presso la stessa catena di supermercati. Finora Leo ha collezionato 150 punti e Jacopo 80. Quanti punti ha Leo più di Jacopo? Entrambi guadagnano un bonus di 45 punti: qual è ora la differenza tra i punti di Leo e di Jacopo?

La risposta è sempre 70, e lo possiamo affermare senza fare calcoli. Questo perché per la sottrazione vale la proprietà *invariantiva.*

Proprietà invariantiva della sottrazione
La differenza tra due numeri non cambia se a entrambi si addiziona o si sottrae uno stesso numero.

$a - b = (a + c) - (b + c)$ $\qquad$ $a - b = (a - c) - (b - c)$

Attenzione! Nel secondo caso c deve essere minore sia di a sia di b.

Tornando al problema iniziale, quindi, possiamo scrivere:

$150 - 80 = 70$ $\qquad$ $(150 + 45) - (80 + 45) = 195 - 125 = 70$

Tecniche di calcolo

- **In riga o a mente**

  1. Consideriamo la sottrazione $938 - 20$: il sottraendo ha una sola cifra diversa da zero, quella delle decine. Basta allora sottrarre tra loro le cifre delle decine:

  $938 - 20 = 918$

  È possibile fare lo stesso con le centinaia e le migliaia, se sono l'unica cifra diversa da 0 nel sottraendo.

  $1576 - 300 = 1276$ $\qquad$ $8044 - 5000 = 3044$

  Queste considerazioni ci suggeriscono di sfruttare la proprietà invariantiva in modo da trasformare il sottraendo in un numero con una sola cifra diversa da zero. Per esempio:

  $172 - 99 = (172 + 1) - (99 + 1) = 173 - 100 = 73$

  2. Se da un primo numero si devono sottrarre più numeri, si può sottrarre direttamente la loro somma. Per esempio:

  $45 - 3 - 2 - 5 = 45 - (3 + 2 + 5) = 45 - 10 = 35$

- **In colonna.** Nella sottrazione i numeri vanno incolonnati come nell'addizione, con le cifre dello stesso ordine una sotto l'altra, che poi vengono sottratte separatamente facendo attenzione ai prestiti.

$$\begin{array}{rrr} 8 & 7 & 6 \;- \\ 2 & 4 & 6 \;= \\ \hline 6 & 3 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} & 2 & \\ 6 & \cancel{3} & 14 \;- \\ & 2 & 8 \;= \\ \hline 6 & 0 & 6 \end{array}$$

la cifra delle unità del minuendo è minore di quella del sottraendo, quindi si "prende in prestito" una decina. Così nel minuendo le decine da 3 diventano 2 e le unità da 4 diventano 14. Questo perché una decina equivale a 10 unità

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. **144** Verifica interattiva

1 **Completa le seguenti uguaglianze in cui è stata applicata la proprietà invariantiva della sottrazione.**

a. $76 - 14 = (76 - 4) - (14 - \ldots) = 72 - \ldots = \ldots$

b. $48 - 12 = (48 - 2) - (12 - \ldots) = 46 - \ldots = \ldots$

c. $45 - 18 = (45 + 2) - (18 + \ldots) = 47 - \ldots = \ldots$

d. $93 - 79 = (93 + 1) - (79 + \ldots) = 94 - \ldots = \ldots$

2 **CACCIA ALL'ERRORE** **Le seguenti sottrazioni sono state eseguite in modo scorretto. Descrivi l'errore che è stato commesso e correggilo.**

a. $54 - 12 = (54 + 2) - (12 - 2) = 56 - 10 = 46$

Descrizione dell'errore: ....

Correzione: ....

b. $27 - 10 - 2 - 5 = 27 - (10 - 2 - 5) = 27 - 3 = 24$

Descrizione dell'errore: ....

Correzione: ....

3 **Considera la sottrazione 14 − 3.**

a. Puoi scambiare di posto i suoi termini? .... Giustifica la risposta.

b. Questo esempio mostra che per la sottrazione non vale la proprietà ....

4 **Completa la tabella, lasciando vuote le caselle relative alle sottrazioni che non possono essere eseguite nell'insieme ℕ.**

−	10	20	50	100	300	2000
85						
26						
58						
103						
874						
567						
2320						
3681						
8956						

5 **Indica l'uguaglianza corretta.**

☐ $70 - 12 - 9 - 8 = 72 - (12 + 9 - 8)$

☐ $45 - 20 - 1 - 19 = 45 - (20 - 1 + 19)$

☐ $50 - 36 - 1 - 3 = 50 - (36 - 1 - 3)$

☐ $28 - 12 - 7 - 3 = 28 - (12 + 7 + 3)$

6 **Completa le seguenti sottrazioni in colonna.**

2 2 1 −	1 ... 6 −	7 ... 4 −	7 ... 8 −	6 4 ... 1 −
1 8 2 =	... 2 ... =	... 1 8 =	1 2 2 =	3 ... 2 4 =
... ...	6 3	5 1 ...	... 8 ...	... 8 9 ...

5 La moltiplicazione

Eleonora vuole regalare 3 libri a ciascuna delle sue 4 amiche.
Quanti libri deve acquistare?

Per rispondere alla domanda, bisogna determinare il totale dei libri, che è dato dall'operazione $3 + 3 + 3 + 3$. Un'addizione come questa, con i termini tutti uguali, si può scrivere sotto forma di *moltiplicazione*.

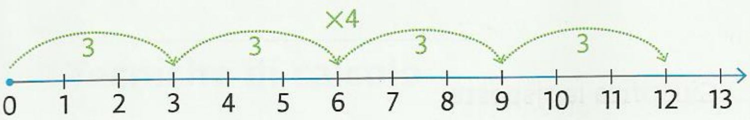
A volte il simbolo "×" viene sostituito da un punto "·"

La **moltiplicazione** è l'operazione aritmetica che associa a due numeri (**fattori**), un terzo numero (**prodotto**) che si ottiene addizionando tanti addendi uguali al primo numero quante sono le unità del secondo.

segno "per", simbolo della moltiplicazione

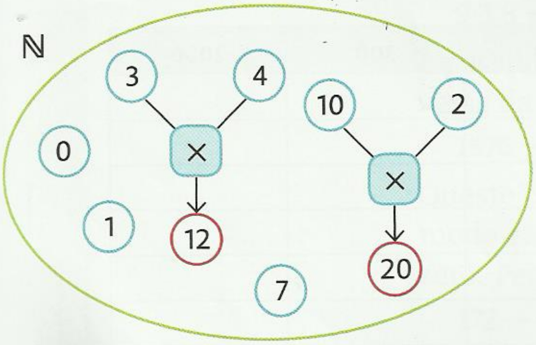
$$\underbrace{3 \times 4}_{\text{fattori (termini)}} = \underbrace{12}_{\text{prodotto (risultato)}}$$

La moltiplicazione sulla semiretta orientata



Per rappresentare la moltiplicazione 3×4 sulla semiretta orientata, si parte da 0 e, andando verso destra, si fanno 4 "salti" di 3 unità ciascuno. Si arriva al numero 12 che è il prodotto di 3 e 4.

La moltiplicazione è un'operazione interna a ℕ



Il prodotto di due numeri naturali è sempre un numero naturale. La moltiplicazione è una particolare addizione, quindi poiché l'addizione è sempre possibile in ℕ, lo sarà anche la moltiplicazione.

La moltiplicazione è un'**operazione interna all'insieme** ℕ e l'insieme ℕ è **chiuso** rispetto a essa.

Lo zero e l'uno nella moltiplicazione

- Il prodotto di un numero e 0 è sempre uguale a 0. Per esempio:

  $5 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 5 = 0 \qquad 0 \times 0 = 0$

  Si dice allora che lo zero è l'**elemento assorbente** della moltiplicazione.
- Il prodotto di un numero e 1 è uguale al numero stesso, quindi 1 è l'**elemento neutro** della moltiplicazione. Per esempio:

  $5 \times 1 = 5 \qquad 1 \times 5 = 5$

  In simboli, se indichiamo con n un qualsiasi numero naturale, possiamo scrivere:

  $n \times 0 = 0 \times n = 0$ e $n \times 1 = 1 \times n = n$

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. **148** Verifica interattiva

1 **Rispondi sì o no alle seguenti domande, poi motiva la risposta con degli esempi.**

a. I termini *moltiplicazione* e *prodotto* hanno lo stesso significato? sì no

b. I termini di una moltiplicazione si chiamano *addendi*? sì no

c. La moltiplicazione è un'operazione interna all'insieme ℕ? sì no

2 **Completa la seguente tabella.**

FATTORI		MOLTIPLICAZIONE	PRODOTTO	FATTORI		MOLTIPLICAZIONE	PRODOTTO
		2×3		6	4		
1	4					8×2	
5	2					3×7	

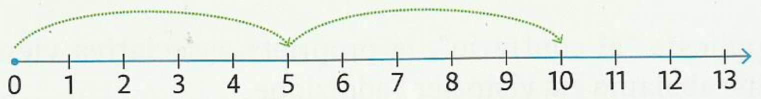
3 **Trasforma in moltiplicazioni le seguenti addizioni.**

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 =$ .... $\times$ .... $8 + 8 =$ .... $\times$ .... $4 + 4 + 4 =$ .... $\times$ ....

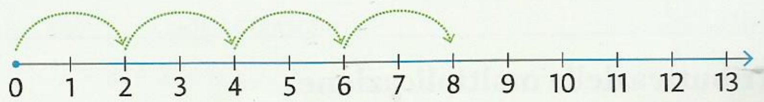
4 **Trasforma in addizioni le seguenti moltiplicazioni.**

$10 \times 3 =$ .... $4 \times 5 =$ .... $9 \times 2 =$ ....

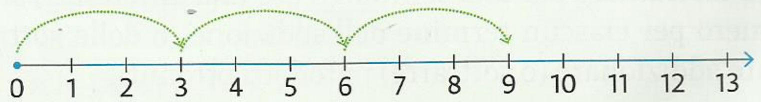
5 **Scrivi le moltiplicazioni rappresentate sulla semiretta orientata.**



.... $\times$ .... $=$ ....



.... $\times$ .... $=$ ....



.... $\times$ .... $=$ ....

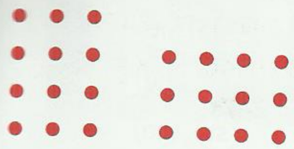
6 **Completa la seguente tabella.**

$\times$	0	2	4	6	8	10
1						
3		6				
5						
7						70
9						
11						

7 **FAI UN ESEMPIO** **La moltiplicazione ha l'elemento neutro?** .... **Se sì, quale?** .... **Giustifica la risposta con un esempio.**

6 Le proprietà della moltiplicazione

La moltiplicazione gode di tre proprietà: commutativa, associativa e distributiva.



3×4 4×3

Proprietà commutativa della moltiplicazione
Il prodotto di due o più numeri non cambia se si cambia l'ordine dei fattori.
$a \times b = b \times a$

Per esempio: $3 \times 4 = 4 \times 3 = \mathbf{12}$ $2 \times 12 \times 5 = 5 \times 2 \times 12 = \mathbf{120}$

Proprietà associativa della moltiplicazione
Il prodotto di tre o più fattori non cambia se alcuni di essi vengono sostituiti dal loro prodotto.
$a \times b \times c = a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

Per esempio: $\mathbf{2} \times \mathbf{4} \times 3 = \mathbf{8} \times 3 = 24$ $2 \times \mathbf{4} \times \mathbf{3} = 2 \times \mathbf{12} = 24$

La proprietà associativa può anche essere letta da destra verso sinistra e permette di vedere un fattore come prodotto di due numeri.
Per esempio: $12 \times \mathbf{20} = 12 \times \mathbf{2} \times \mathbf{10} = 240$ $15 \times \mathbf{6} = 15 \times \mathbf{3} \times \mathbf{2} = 90$

Quando viene applicata "al contrario", la proprietà associativa viene chiamata **dissociativa**, come abbiamo già visto per l'addizione.

Proprietà distributiva della moltiplicazione
Per moltiplicare un numero per una somma (o per una differenza) si può moltiplicare il numero per ciascun termine dell'addizione (o della sottrazione) e successivamente addizionare (o sottrarre) i prodotti ottenuti.
$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

Per esempio: $\mathbf{4} \times (5 + 3) = \mathbf{4} \times 5 + \mathbf{4} \times 3 = 20 + 12 = 32$

$(5 - 3) \times \mathbf{4} = 5 \times \mathbf{4} - 3 \times \mathbf{4} = 20 - 12 = 8$

Anche la proprietà distributiva può essere letta da destra verso sinistra:
$a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ $a \times b - a \times c = a \times (b - c)$
In questo caso parliamo di **raccoglimento a fattore comune**, una tecnica che permette di semplificare alcuni calcoli.

Per esempio: $\mathbf{5} \times 7 + \mathbf{5} \times 2 = \mathbf{5} \times (7 + 2) = 5 \times 9 = 45$

Tecniche di calcolo

- **In riga o a mente**

1. Il prodotto di un numero naturale per 10, 100, 1000 ... si ottiene aggiungendo uno, due, tre, ... zeri a destra del numero.

$18 \times 10 = 180$ $30 \times 100 = 3000$ $25 \times 1000 = 25\,000$

2. La proprietà distributiva è utile per velocizzare i calcoli con numeri grandi.

$36 \times 12 = 36 \times (10 + 2) = 36 \times 10 + 36 \times 2 = 360 + 72 = 360 + 40 + 32 = 432$

$25 \times 99 = 25 \times (100 - 1) = 25 \times 100 - 25 \times 1 = 2500 - 25 = 2475$

$85 \times 5 - 55 \times 5 = (85 - 55) \times 5 = 30 \times 5 = 150$

- **In colonna.** Nella moltiplicazione in colonna, si scrivono i numeri uno sotto l'altro, senza incolonnare le unità dei vari ordini. È più conveniente mettere il numero più corto sotto il più lungo.

```
    4 3 2 ×
      2 5 =
  ---------
  2 1 6 0     ········> prodotto di 432 × 5
  8 6 4 -     ········> prodotto di 432 × 2
  ---------
1 0 8 0 0     ········> somma dei due prodotti
```

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. 151 Verifica interattiva

1 **Completa la seguente tabella scrivendo la proprietà o le proprietà applicate.**

UGUAGLIANZA	PROPRIETÀ
$6 \times 7 \times 2 = 2 \times 6 \times 7$	
$7 \times 2 \times 3 \times 9 = 14 \times 27$	
$3 \times 1200 = 3 \times 12 \times 100 = 36 \times 100$	
$5 \times 8 \times 3 \times 9 = 40 \times 27$	
$21 \times 14 = 2 \times 3 \times 7 \times 7$	
$48 \times 35 = 6 \times 8 \times 5 \times 7$	

2 **Completa le seguenti uguaglianze, in cui è stata applicata la proprietà distributiva.**

a. $5 \times (8 + 3) = 5 \times 8 + 5 \times$ .... $= 40 +$ .... $=$ ....

b. $(8 - 4) \times 6 = 8 \times$ .... $- 4 \times$ .... $= 48 -$ .... $=$ ....

c. $7 \times (5 - 2) = 7 \times 5 - 7 \times$ .... $= 35 -$ .... $=$ ....

d. $(5 + 2) \times 3 = 5 \times$ .... $+ 2 \times$ .... $= 15 +$ .... $=$ ....

3 **Completa le seguenti moltiplicazioni applicando la proprietà distributiva.**

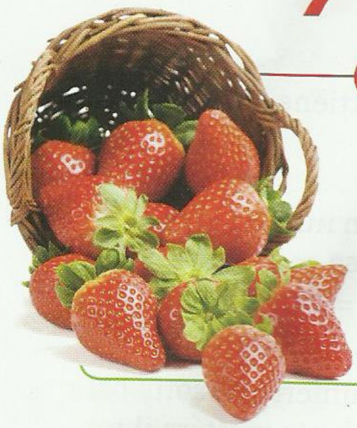
a. $7 \times 15 = 7 \times (10 + 5) = 70 +$ .... $=$ ....

b. $5 \times 13 = 5 \times (10 +$ ....$) = 50 +$ .... $=$ ....

c. $22 \times 8 = (20 +$ ....$) \times 8 = 160 +$ .... $=$ ....

d. $18 \times 5 = (10 +$ ....$) \times 5 = 50 +$ .... $=$ ....

7 La divisione



Nel suo giardino, Michele ha raccolto 15 fragole e vuole dividerle in parti uguali tra i suoi 5 amici.
Quante fragole darà a ciascuno di loro?
Per risolvere questo problema è necessario trovare un numero *che moltiplicato per 5 dia 15.*

numero di fragole ricevute da ciascun amico ⟶ $? \times 5 = 15$

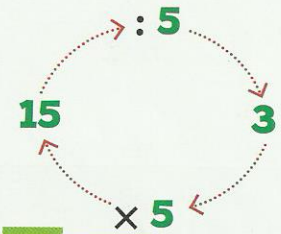
Possiamo trovare questo numero mediante l'operazione di *divisione*.

La **divisione** è l'operazione aritmetica che associa a due numeri, detti nell'ordine **dividendo** e **divisore**, un terzo numero, se esiste, detto **quoziente**, che moltiplicato per il divisore dà come risultato il dividendo.

segno "diviso", simbolo della divisione

$15 : 5 = 3$

dividendo divisore (termini) quoziente (risultato)

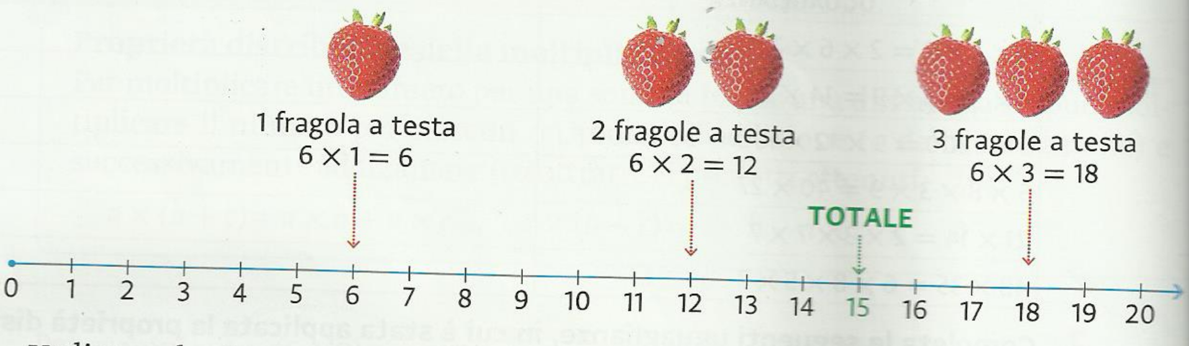


Nel nostro caso $15 : 5 = 3$ perché $3 \times 5 = 15$

In altre parole, dividendo 15 per 5 e poi moltiplicando di nuovo il quoziente per 5 si torna al numero di partenza (15). Per questo si dice che **la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.**

La divisione in ℕ

Ritorniamo al problema iniziale e supponiamo che gli amici di Michele siano 6 e non 5. In tal caso è possibile dare una risposta al problema, cioè trovare un numero che moltiplicato per 6 dia come risultato 15? Proviamo.



Vediamo che 6×1 e 6×2 sono più piccoli di 15, mentre 6×3 è maggiore di 15. Pertanto non si può trovare un numero naturale che moltiplicato per 6 dia come risultato 15. Non è quindi possibile eseguire la divisione $15 : 6$ rimanendo nell'insieme dei numeri naturali.
Diciamo invece che la divisione di 15 per 6 ha quoziente 2 e dà resto 3, perché:

$15 = 6 \times 2 + 3 \longrightarrow 15 : 6 = 2$ resto 3

La divisione **non è un'operazione interna all'insieme** ℕ e **l'insieme** ℕ **non è chiuso** rispetto alla divisione.

Lo zero e la divisione

- Consideriamo la divisione 6 : 0. Non è possibile trovare un numero che moltiplicato per 0 dia 6, quindi la divisione si dice **impossibile**. Questo succede ogni volta che il dividendo è diverso da zero e il divisore è zero.
- Se il dividendo e il divisore sono uguali a zero, si ottiene la divisione 0 : 0. In questo caso non si può stabilire in un unico modo il valore del quoziente perché qualsiasi numero moltiplicato per zero dà come risultato zero.
Quindi la divisione 0 : 0 si dice **indeterminata**.

! In generale, **se il divisore è zero la divisione non ha significato**, cioè **non si può dividere un numero per zero**.

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. **156** Verifica interattiva

1 **Rispondi sì o no alle seguenti domande, poi motiva la risposta con degli esempi.**

a. I termini di una divisione si chiamano *dividendo e divisore*? sì no

b. La divisione è un'operazione interna all'insieme ℕ? sì no

c. La divisione ha l'elemento neutro? sì no

2 **Collega i termini corrispondenti.**

a. operazione **1.** dividendo
b. 1° termine **2.** quoziente
c. risultato **3.** divisione
d. 2° termine **4.** divisore

3 **Completa.**

a. 8 : 2 = ... perché .... × 2 = 8
b. 0 : 3 = ... perché .... × 3 = 0
c. 16 : 16 = ... perché .... × 16 = 16
d. 30 : 3 = ... perché .... × 3 = 30

4 **Completa la seguente tabella.**

DIVIDENDO	DIVISORE	DIVISIONE	QUOZIENTE	IL PRODOTTO DI QUOZIENTE E DIVISORE È UGUALE AL DIVIDENDO?
10	5			
		4 : 4		
20	4			

5 **Trasforma le divisioni in moltiplicazioni, come nell'esempio svolto.**

52 : 2 = 26 ⟶ 26 × 2 = 52

a. 63 : 21 = 3 ⟶ ....
b. 48 : 16 = 3 ⟶ ....
c. 72 : 9 = 8 ⟶ ....
d. 121 : 11 = 11 ⟶ ....

6 **Indica le divisioni che si possono eseguire rimanendo all'interno dell'insieme ℕ.**

☐ 16 : 3 ☐ 13 : 2 ☐ 12 : 4 ☐ 12 : 3 ☐ 14 : 5 ☐ 8 : 6 ☐ 10 : 2

7 **Scrivi dei numeri a tua scelta in modo da completare le uguaglianze.**

.... : .... = 8 .... : .... = 0 50 : .... = ... : 3 = ...
.... : .... = 1 .... : 4 = ... 48 : .... = ... : 1 = ...

8 Le proprietà della divisione

La divisione gode di due proprietà: invariantiva e distributiva "a destra".

Proprietà invariantiva della divisione
Il quoziente fra due numeri non cambia se entrambi vengono divisi o moltiplicati per uno stesso numero diverso da zero.

$a : b = (a \times c) : (b \times c) \qquad a : b = (a : c) : (b : c) \qquad (c \neq 0)$

Per esempio:

$15 : 5 = (15 \times 3) : (5 \times 3) = 45 : 15 = 3 \qquad 48 : 12 = (48 : 2) : (12 : 2) = 24 : 6 = 4$

A differenza della moltiplicazione, la proprietà distributiva della divisione non vale quando la somma o la differenza si trovano al posto del divisore.
- $c : (a + b)$ è diverso da $c : a + c : b$
- $c : (a - b)$ è diverso da $c : a - c : b$

Proprietà distributiva "a destra" della divisione
Per dividere una somma (o una differenza) per un numero si può dividere ciascun termine della somma (o della differenza) per quel numero e poi sommare (o sottrarre) i quozienti ottenuti.

$(a + b) : c = (a : c) + (b : c) \qquad (a - b) : c = (a : c) - (b : c) \qquad (c \neq 0)$

Per esempio:

$(12 + 15) : 3 = (12 : 3) + (15 : 3) = 4 + 5 = 9$ infatti $(12 + 15) : 3 = 27 : 3 = 9$

$(28 - 16) : 4 = (28 : 4) - (16 : 4) = 7 - 4 = 3$ infatti $(28 - 16) : 4 = 12 : 4 = 3$

Possiamo applicare la proprietà distributiva "al contrario" per calcolare espressioni come $42 : 2 - 28 : 2$. Poiché in entrambe le divisioni il divisore è uguale a 2, si può scrivere:

$42 : 2 - 28 : 2 = (42 - 28) : 2 = 14 : 2 = 7$

Anche in questo caso si dice che il divisore è stato "raccolto".

Tecniche di calcolo

- **In colonna**. Nella divisione in colonna si calcola quante volte il divisore è contenuto nel dividendo: si esegue in pratica una divisione con resto.
  Il quoziente è esatto se alla fine la divisione ha resto 0; è approssimato se il resto è diverso da 0.

```
1235 | 5                     3456 | 7
 23  |----                    65  |----
  35 | 247                     26 | 493
 (0) | quoziente esatto       (5) | quoziente approssimato
```

- **In riga o a mente**
  1. Il quoziente di un numero naturale per 10, 100, 1000, ... si ottiene eliminando uno, due, tre, ... zeri finali dal divisore.

     $1320 : 10 = 132 \qquad 85\,000 : 100 = 850 \qquad 74\,000 : 1000 = 74$

2. La proprietà invariantiva della divisione è particolarmente utile se i due termini finiscono con uno o più zeri, perché allora si può applicare la tecnica precedente e "semplificare" l'operazione. Per esempio:

$200 : 50 = (200 : \mathbf{10}) : (50 : \mathbf{10}) = 20 : 5$

$1200 : 300 = (1200 : \mathbf{100}) : (300 : \mathbf{100}) = 12 : 3$

3. Nella divisione di un prodotto per un numero, si può dividere prima uno solo dei due fattori, poi moltiplicare il quoziente ottenuto per il fattore rimasto. Per esempio:

$(15 \times \mathbf{3}) : \mathbf{5} = (15 : \mathbf{5}) \times \mathbf{3} = 3 \times \mathbf{3} = 9$

$(7 \times \mathbf{8}) : \mathbf{4} = 7 \times (\mathbf{8} : \mathbf{4}) = 7 \times 2 = 14$

ATTIVITÀ

Altri esercizi a partire da pag. 160

Verifica interattiva

1 **Completa la tabella scrivendo quale proprietà è stata applicata a ciascuna divisione.**

UGUAGLIANZA	PROPRIETÀ
$28 : 7 = (28 \times 2) : (7 \times 2)$	
$(35 + 40) : 5 = (35 : 5) + (40 : 5)$	
$(24 - 20) : 4 = (24 : 4) - (20 : 4)$	
$15 : 3 = (15 \times 6) : (3 \times 6)$	

2 **Completa le seguenti divisioni applicando la proprietà invariantiva.**

a. $180 : 20 = 18 :$ ...... = ...

b. $600 : 30 =$ ...... : ...... = ...

c. $2400 : 800 =$ ...... : ...... = ...

d. $36\,000 : 90 =$ ...... : ...... = ...

3 **Completa le seguenti divisioni applicando la proprietà distributiva.**

a. $(20 + 8) : 2 = (20 :$ ......$) + (8 :$ ......$) =$ ...... + ... = ...

b. $(24 - 6) : 3 = (24 :$ ......$) - (6 :$ ......$) =$ ...... − ...... = ...

c. $(16 + 32) : 4 = (16 :$ ......$) + (32 :$ ......$) =$ ...... + ... = ...

d. $(48 - 30) : 6 = (48 :$ ......$) - (30 :$ ......$) =$ ...... − ...... = ...

4 **Completa le seguenti divisioni applicando "al contrario" la proprietà distributiva.**

a. $48 : 6 + 12 : 6 = (48 + 12) : 6 =$ ...... $: 6 =$ ......

b. $264 : 8 - 248 : 8 = ($...... − ......$) : 8 =$ ...... $: 8 =$ ......

c. $140 : 7 - 133 : 7 = ($...... − ......$) :$ ...... = ... : ...... = ...

5 **A COLPO D'OCCHIO** **Esegui mentalmente le seguenti divisioni.**

$340 : 10 =$ ...... $500 : 100 =$ ...... $30\,500 : 100 =$ ......

6 **Calcola il valore delle seguenti espressioni dividendo uno solo dei fattori per il numero indicato.**

a. $(88 \times 3) : 4 = (88 : 4) \times 3 =$ ...... $\times 3 =$ ......

b. $2 \times 45 : 5 = 2 \times ($...... : ......$) = 2 \times$ ...... = ...

c. $18 \times 4 : 2 = 18 \times ($...... : ......$) =$ ...... × ...... = ...

d. $42 \times 8 : 7 = ($...... : ......$) \times 8 =$ ...... $\times 8 =$ ......

9 Le espressioni

L'espressione aritmetica

Un'espressione aritmetica è una sequenza di numeri legati fra loro da segni di operazioni, nella quale possono esserci delle parentesi. Le parentesi servono a capire in quale ordine si devono eseguire le operazioni. Per svolgere correttamente un'espressione occorre seguire alcune regole. Vediamo quali sono.

Caso 1. L'espressione ha le quattro operazioni ma non contiene parentesi

Si eseguono prima le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui sono scritte, poi le addizioni e sottrazioni nell'ordine in cui sono scritte.

$5 + 3 \times 11 - 12 : 3 = 5 + 33 - 4 = 38 - 4 = 34$

Esempio

Seguire la regola sull'ordine delle operazioni è importante!

Per esempio, per svolgere l'espressione $14 - 6 + 4 - 1$, se seguiamo la regola otteniamo:

$14 - 6 + 4 - 1 = 8 + 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

Se invece non la seguiamo, otteniamo un risultato scorretto:

$14 - 6 + 4 - 1 = 14 - 10 - 1 = 4 - 1 = 3$

Caso 2. Nell'espressione ci sono le quattro operazioni e le parentesi

Si eseguono prima le operazioni dentro le *parentesi tonde*, dando la precedenza alle moltiplicazioni e alle divisioni. Eliminate le parentesi tonde, si svolgono le operazioni che sono nelle *parentesi quadre*, poi quelle nelle *graffe*, fino a ottenere un'espressione senza parentesi.

Esempio

$\{12 - [20 : (13 - 3 \times 3) + 1]\} : 6 =$
$= \{12 - [20 : (13 - 9) + 1]\} : 6 =$
$= \{12 - [20 : 4 + 1]\} : 6 =$
$= \{12 - [5 + 1]\} : 6 =$
$= \{12 - 6\} : 6 =$
$= 6 : 6 = 1$

L'espressione letterale

Consideriamo le espressioni

$3 \times 6 + 1$ $\quad 3 \times 5 + 1$ $\quad 3 \times 28 + 1$ $\quad 3 \times 15 + 1$

Osserviamo che sono tutte ottenute moltiplicando un numero naturale per 3 e poi aggiungendo 1. Possiamo quindi scriverle così:

$3 \times n + 1$ dove n indica un numero naturale

Questa scrittura rappresenta sinteticamente le quattro espressioni di partenza insieme a tutte quelle che si ottengono sostituendo a n un qualsiasi altro numero naturale.

Un'**espressione letterale** è una sequenza di operazioni, eventualmente raggruppate all'interno di parentesi, in cui alcuni numeri sono sostituiti da lettere. Quando una lettera rappresenta un numero prende il nome di **variabile**.

Un'espressione letterale assume valori diversi a seconda del numero che viene sostituito al posto di ciascuna variabile.
Consideriamo per esempio l'espressione letterale $a - b + c$:

- se $a = 8$, $b = 7$ e $c = 4$ si trasforma nell'espressione numerica $8 - 7 + 4 = 1 + 4 = 5$
- se $a = 4$, $b = 3$ e $c = 0$ si trasforma nell'espressione numerica $4 - 3 + 0 = 1 + 0 = 1$

ATTIVITÀ

Altri esercizi a partire da pag. 164

Verifica interattiva

1 Sottolinea in ciascuna delle seguenti espressioni, l'operazione da eseguire per prima.

a. $18 - 16 - 3 + 1$
b. $25 + 16 - 9 - 2$
c. $6 \times (5 + 3) : 4$
d. $14 - 3 \times 4 - 6$
e. $2 + 3 \times 6 - 10 + 5$
f. $30 - 2 \times (20 - 2 \times 6)$
g. $20 : 4 - 3 + 5$
h. $50 - 40 : 4 + 5$
i. $16 : [(2 + 3 - 4) \times 5 - 1]$

2 CACCIA ALL'ERRORE Nel primo passaggio delle seguenti espressioni è stato commesso un errore. Individualo e calcola il risultato corretto, come nell'esempio svolto.

ESPRESSIONE SVOLTA	ERRORE COMMESSO NEL 1° PASSAGGIO	RISULTATO CORRETTO
$13 - 2 + 9 - 1 = 13 - 11 - 1 = 2 - 1 = 1$	svolta prima l'operazione $2 + 9$	19
$14 - 4 - 3 - 1 = 14 - 4 - 2 = 10 - 2 = 8$		
$20 - 6 - 8 + 1 = 20 - 6 - 9 = 14 - 9 = 5$		
$5 \times 4 - 2 + 3 \times 3 = 5 \times 2 + 9 = 10 + 9 = 19$		
$20 - 5 : 5 + 4 - 2 = 15 : 5 + 2 = 3 + 2 = 5$		

3 Indica il valore corretto delle seguenti espressioni.

a. $17 - 8 + 4 + 5 - 2$ ☐ 17 ☐ 16 ☐ 27
b. $34 - (5 + 6) + 4 - 3$ ☐ 22 ☐ 23 ☐ 24
c. $30 - 10 : 5 - 4 \times 7$ ☐ 1 ☐ 0 ☐ 2
d. $(3 + 8 - 6) + 22 - 18 - 2$ ☐ 7 ☐ 9 ☐ 11

4 In ciascun gruppo di espressioni numeriche, sottolinea in blu i numeri che non cambiano e in rosso quelli variabili. Poi scrivi un'espressione letterale che le sintetizza, come nell'esempio svolto.

$10 \times (5 - 1)$ $10 \times (17 - 1)$ $10 \times (308 - 1)$ $10 \times (9 - 1) \longrightarrow$ $10 \times (n - 1)$
a. $7 \times 14 : 2$ $10 \times 14 : 2$ $52 \times 14 : 2$ $38 \times 14 : 2 \longrightarrow$ ....
b. $2 - 18 : 3$ $4 - 18 : 3$ $7 - 18 : 3$ $10 - 18 : 3 \longrightarrow$ ....
c. $3 \times (6 - 1)$ $3 \times (9 - 1)$ $3 \times (10 - 1)$ $3 \times (16 - 1) \longrightarrow$ ....

10 Le operazioni con i numeri decimali

Per le operazioni con i numeri decimali valgono le stesse proprietà e le stesse tecniche di calcolo che abbiamo visto per i numeri naturali. Bisogna però fare attenzione alla presenza della virgola.

Operazioni in riga o a mente

Per semplificare le operazioni in riga si possono tener presenti alcuni "trucchi".

- Addizione e sottrazione: si possono svolgere ignorando la virgola per poi riposizionarla alla fine. Bisogna però fare in modo che tutti i termini dell'operazione abbiano lo stesso numero di cifre decimali:
  $2{,}3 + 6{,}1 \longrightarrow 23 + 61 = 84 \longrightarrow 2{,}3 + 6{,}1 = 8{,}4$
  $4{,}5 + 8{,}13 = 4{,}50 + 8{,}13 \longrightarrow 450 + 813 = 1263 \longrightarrow 4{,}50 + 8{,}13 = 12{,}63$
- **La moltiplicazione di un numero decimale per 10, 100, 1000, ... equivale alla divisione per 0,1, 0,01, 0,001, ...**
  Il risultato si ottiene spostando la virgola **verso destra** di tanti posti quanti sono gli zeri del secondo termine. Se non ci sono cifre decimali a sufficienza, si aggiungono degli zeri a destra. Per esempio:
  $0{,}25 \times 10 = 2{,}5$ $\quad 0{,}25 \times 100 = 25$ $\quad 2{,}5 \times 1000 = 2500$
  $0{,}25 : 0{,}1 = 2{,}5$ $\quad 0{,}25 : 0{,}01 = 25$ $\quad 2{,}5 : 0{,}001 = 2500$
- **La moltiplicazione di un numero decimale per 0,1, 0,01, 0,001, ... equivale alla divisione di un numero decimale per 10, 100, 1000, ...**
  Il risultato si ottiene spostando la virgola **verso sinistra** di tanti posti quanti sono gli zeri del secondo termine. Se non ci sono cifre decimali a sufficienza, si aggiungono degli zeri a sinistra. Per esempio:
  $32{,}5 \times 0{,}1 = 3{,}25$ $\quad 32{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}325$ $\quad 325 \times 0{,}001 = 0{,}325$
  $32{,}5 : 10 = 3{,}25$ $\quad 32{,}5 : 100 = 0{,}325$ $\quad 325 : 1000 = 0{,}325$
- In una divisione, se il divisore è un numero decimale possiamo applicare la proprietà invariantiva in modo da trasformarlo in un numero naturale. Per esempio:
  $96 : 0{,}8 = (96 \times 10) : (0{,}8 \times 10) = 960 : 8 = 120$

Operazioni in colonna

Un esempio di divisione in colonna per aiutarti:
$8{,}4 : 0{,}05 = 840 : 5$

$$\begin{array}{r|l} 840 & 5 \\ \hline 34 & 168 \\ 40 & \\ // & \end{array}$$

Si svolgono come le operazioni in colonna con i numeri naturali, ma bisogna fare attenzione a come posizionare la virgola.

- Addizione e sottrazione: le virgole dei termini dell'operazione e quella del risultato devono essere incolonnate una sotto l'altra.
- Moltiplicazione: non è necessario disporre una sotto l'altra le unità dello stesso ordine, ma conviene mettere il numero più corto come secondo fattore; inoltre il numero di cifre decimali del prodotto deve essere uguale alla somma del numero di cifre decimali dei fattori.
- Divisione: si fa in modo che il divisore sia un numero naturale e poi si procede come al solito.

ATTIVITÀ Altri esercizi a partire da pag. 175 Verifica interattiva

1 **Completa le seguenti operazioni con i numeri decimali.**

a. 23,4 + 2,6 = ... 2,11 + 5,12 = ... 45,01 + 2,69 = ...

b. 18,7 − 1,5 = ... 6,21 − 6,01 = ... 52,9 − 51,7 = ...

2 **Completa le seguenti moltiplicazioni e divisioni per 10, 100, 1000.**

a. 47,11 × 10 = ... 783,22 × 100 = ... 540,01 × 10 = ...

b. 15,7 × 100 = ... 23 × 1000 = ... 0,3 × 1000 = ...

c. 35,4 : 100 = ... 345,6 : 1000 = ... 72,3 : 100 = ...

d. 1,5 : 10 = ... 0,52 : 10 = ... 28 : 100 = ...

3 **Completa le seguenti moltiplicazioni e divisioni per 0,1, 0,01, 0,001.**

a. 2,45 : 0,1 = ... 4,35 × 0,01 = ... 82,13 : 0,01 = ...

b. 732,46 × 0,1 = ... 56,801 : 0,001 = ... 21,7 × 0,1 = ...

c. 124,51 × 0,001 = ... 28,34 : 0,01 = ... 15,3 : 0,1 = ...

4 **Completa le seguenti divisioni dopo aver applicato la proprietà invariantiva.**

a. 5,05 : 0,5 = 50,5 : .... = ... 0,49 : 0,07 = ... : .... = ...

b. 2,88 : 1,5 = 28,8 : .... = ... 10,02 : 0,24 = ... : .... = ...

5 **Le seguenti addizioni e sottrazioni sono state incolonnate in modo errato. Trascrivile sul quaderno in modo corretto e calcolane il risultato.**

a.
```
11,23+
   46=
------
......
```
b.
```
978,34-
    67=
-------
.......
```
c.
```
8675,  4+
   46,02=
---------
.........
```
d.
```
578,98-
352,  6=
--------
........
```

Un esempio di sottrazione per aiutarti:
```
86,81-
 6,50=
------
80,31
```

6 **Esegui in colonna le seguenti moltiplicazioni.**

a. 7,5 × 3,6 b. 8,34 × 2,7 c. 11,5 × 3,02 d. 0,09 × 2,1

7 **Completa le seguenti divisioni.**

a. 126,84 : 4,2
Applicando la proprietà invariantiva si ottiene:
126,84 : 4,2 = 1268,4 : ....
Eseguiamo questa divisione in colonna:
```
1 2 6 8 , 4 | 42
            |-------
........... | ......
........... |
........... |
```
Quindi 126,84 : 4,2 = ...

b. 20,25 : 2,5
Applicando la proprietà invariantiva si ottiene:
20,25 : 2,5 = 202,5 : ....
Eseguiamo questa divisione in colonna:
```
2 0 2 , 5 | 25
          |-------
......... | ......
......... |
......... |
```
Quindi 20,25 : 2,5 = ...

Traguardo competenze

SPIEGO E ARGOMENTO

1 Osserva la moltiplicazione 42×13, puoi svolgerla sia in riga sia in colonna. Completa la tabella e rispondi alle domande.

MOLTIPLICAZIONE IN COLONNA	MOLTIPLICAZIONE IN RIGA
$42 \times$ 13	Scrivo 13 come somma di decine e unità, poi applico la proprietà distributiva: $42 \times 13 = 42 \times (10 + 3) =$ $= 42 \times$ .... $+ 42 \times$ .... $=$ $=$ .... $+$ .... $=$ ....

a. Che cosa osservi? Ci sono delle analogie tra i due procedimenti?

b. Confrontando questi due metodi, prova a spiegare perché il procedimento di moltiplicazione in colonna porta al risultato corretto.

2 Considera l'espressione $(12 + 3) : 5$. Che cosa succede se applichi la proprietà distributiva? Descrivi quanto hai osservato e prova a fare altri esempi simili.

APPLICO LA MATEMATICA NELLA REALTÀ

3 Anna deve restituire 25 euro alla sua vicina di casa, ma nel portafoglio ne ha solo 5. Scende allo sportello bancomat sotto casa e deve scegliere se prelevare 50 euro, 70 euro, 100 euro oppure 140 euro.

a. In quali casi può essere sicura di avere le banconote giuste da restituire alla vicina, senza avere niente come resto? ....

Mentre pensa a quale somma prelevare, le viene in mente che domani dovrà pagare 80 euro di bollette.

b. Quale somma le consigli di prelevare, così da avere la somma esatta da restituire alla vicina, ma anche contanti a sufficienza per il pagamento delle bollette? ....

Pensa a quali sono i modi possibili per ottenere 50 euro, 70 euro, 100 euro, 140 euro utilizzando le banconote in circolazione.

4 Nicole ha un lavoro part-time che la impegna solo al mattino, per 5 giorni alla settimana. Il suo salario è di 45 euro al giorno. Nel pomeriggio si dedica alla fabbricazione di gioielli di stoffa, attività che le garantisce un guadagno aggiuntivo.

Oggi sta calcolando quali sono state le sue entrate nelle prime due settimane del mese: digita le operazioni sulla calcolatrice e legge il risultato: 438,5.

a. Puoi stabilire se questo risultato è giusto o sbagliato? ....

b. Hai informazioni a sufficienza o te ne servirebbero altre? ....

....

Giustifica la risposta. ....

....

5 In un test di 12 domande vengono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta e viene tolto 1 punto per ogni risposta errata o non fornita.

a. Qual è il massimo punteggio che si può ottenere?

b. Se Mirko risponde correttamente a 7 domande quale punteggio ottiene?

GENERALIZZO

6 Qual è la somma dei primi 100 numeri naturali?

Non iniziare subito a contare! Eseguire la somma:

$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 49 + 50 + 51 + ... + 97 + 98 + 99$

sarebbe un calcolo lungo e forse non necessario!

Usa il tuo ingegno.

Immagina di mettere in ordine crescente tutti i numeri naturali da 0 a 99.

Somma il primo con l'ultimo $(0 + 99)$, il secondo con il penultimo $(1 + 98)$, il terzo con il terzultimo $(2 + 97)$ e così via.

a. Che cosa osservi? Ogni coppia di numeri dà come somma sempre ....

b. Quante sono le coppie? ....

c. Le informazioni che hai raccolto sono sufficienti per calcolare la somma cercata. Sai dire come?

....

d. Utilizzando lo stesso procedimento, calcola la somma dei primi 111 numeri naturali.

....

7 Scegli un numero naturale di tre cifre. Scrivi il numero due volte di seguito in modo da ottenere un numero di sei cifre. Ora dividilo per 7. Scrivi il risultato e dividilo per 11. Scrivi il risultato e dividilo per 13. Se hai eseguito bene le operazioni troverai il numero che hai pensato.

> Se percorri a ritroso le indicazioni del testo il tuo numero viene moltiplicato per 13, poi per 11, poi per 7 cioè nel complesso viene moltiplicato per...

a. Sai spiegare come sia possibile?

....

....

....

....

b. Il gioco funziona ugualmente se si parte da un numero di quattro cifre? ....

8 Davide, ogni giorno, utilizza i numeri a una cifra per formare una "catena di numeri": addiziona due numeri consecutivi per ottenere il successivo, e se la somma supera 9 prende solo la cifra delle unità.

a. Di seguito trovi la catena di oggi, prova a continuarla con altri cinque termini.

1 4 5 9 4 ....

b. Quella che segue, invece, è la catena che ha fatto ieri. Completala inserendo i numeri mancanti.

1 .... 6 3 9 2 1 3

Illustra il ragionamento che hai seguito.

....

....

....

....

....

> Procedi a ritroso. Considera i numeri 6 e 3. Sommando 6 con un numero naturale si ottiene un numero maggiore di 6, quindi 3 deve essere ottenuto come cifra delle unità di 13.

RISOLVO PROBLEMI

9 Davide possiede 169 CD. Li dispone in 16 porta CD e ne restano fuori 9. Quanti CD ha sistemato in ogni porta CD? [10]

10 Dalia vuole preparare una crostata la cui ricetta prevede 50 g di lievito. Il lievito viene venduto in bustine da 16 g: quante bustine dovrà comprare Dalia? Riesce a preparare anche un dolcetto la cui ricetta prevede 10 g di lievito, senza acquistare altre bustine? [4]

11 Una baby-sitter lavora presso due famiglie: dalla prima presta servizio 3 ore al giorno per 4 giorni alla settimana e percepisce un compenso di 10 euro all'ora; dalla seconda presta servizio 2 ore al giorno per 2 giorni alla settimana e percepisce un compenso di 9 euro all'ora. Quale salario percepisce la baby-sitter in 4 settimane? [624 euro]

12 Un bar ha effettuato per un periodo un'offerta speciale: a chi si presentava con 9 etichette di una confezione di caramelle, ne veniva regalata un'altra. Paola possedeva già 6 etichette e, dopo aver convinto i suoi amici a dargliene altre 40, si è presentata al bar. Quante confezioni di caramelle ha ricevuto in regalo? [5]

13 Una fabbrica ha prodotto in un'ora 240 palline da golf al costo totale di 340 euro. Le palline vengono messe in scatole che ne contengono 3 ciascuna. Indica quale tra le seguenti espressioni consente di calcolare il numero di palline che devono ancora essere inscatolate dopo aver riempito 50 scatole.

- ☐ $240 - 3 \times 50$
- ☐ $(240 - 3 \times 50) \times 340$
- ☐ $240 - 50$
- ☐ $240 : 3 - 50$

14 Il benzinaio di Robert sta effettuando una raccolta punti: ogni 10 euro spesi si ottiene un punto e chi si presenta con 120 punti ottiene in premio un tostapane. Robert possiede 35 punti: quanti euro dovrà ancora spendere per avere il premio? [850 euro]

15 La tariffa di un certo gestore telefonico corrisponde a 0,03 euro di scatto alla risposta e 0,5 euro per ogni 30 secondi di telefonata. Quanto costa una telefonata di 3 minuti? [3,03 euro]

TRAGUARDO INVALSI

Verifica interattiva

D1. Se nella moltiplicazione 287 × 181 moltiplicassi per 180 invece di 181, il risultato:

A. ☐ diminuirebbe di 1
B. ☐ diminuirebbe di 287
C. ☐ diminuirebbe di 180
D. ☐ diminuirebbe di 181

D2. Considera la divisione 1224 : 12. Indica per ciascuna affermazione se è giusta o sbagliata.

AFFERMAZIONE	GIUSTA	SBAGLIATA
raddoppiando il dividendo, il quoziente raddoppia		
raddoppiando il divisore, il quoziente raddoppia		
dividendo a metà i due termini, il quoziente non cambia		
se divido per 6 invece che per 12 il quoziente raddoppia		

D3. Sandra sta giocando a un videogioco ambientato in un bosco: ogni volta che trova un fungo il suo punteggio aumenta di 10 punti; ogni volta che avvista un falco il suo punteggio raddoppia; ogni volta che spaventa un animale selvatico il suo punteggio si dimezza. La tabella riporta la sequenza di eventi durante una partita: completala e determina il punteggio finale di Sandra.

EVENTO	PUNTEGGIO
trova 3 funghi	
spaventa un daino	
trova un fungo	
avvista un falco	
trova 10 funghi	
spaventa un cinghiale	
punteggio finale	

D4. La famiglia Bianchi è composta da 2 adulti, 1 bambino di 2 anni e due gemellini di 5 anni. Decidono di trascorrere una vacanza, dal 24 giugno al 3 luglio compresi, in un campeggio della Toscana. Prima di partire con la loro roulotte, consultano il listino dei prezzi di due campeggi per vedere qual è il più conveniente.

A. Calcola la spesa dell'intero soggiorno nei due campeggi.
B. Quanto risparmierebbero scegliendo il meno costoso?

CAMPEGGIO "BAIA DEL SOLE"			
PREZZI GIORNALIERI	DAL 21/04 AL 30/06	DAL 1/07 AL 26/8	DAL 27/08 AL 15/09
adulti	€ 3,60	€ 9,50	€ 5,50
bambini 0-3 anni	gratis	€ 2,50	€ 1,50
bambini 4-6 anni	€ 2,20	€ 5,50	€ 3,40
piazzola per tenda, roulotte	€ 8,50	€ 14,00	€ 10,00

CAMPEGGIO "VIVI LA NATURA"			
PREZZI GIORNALIERI	DAL 21/04 AL 30/06	DAL 1/07 AL 26/8	DAL 27/08 AL 15/09
adulti	€ 5,20	€ 8,60	€ 6,20
bambini 0-3 anni	gratis	€ 3,50	€ 2,10
bambini 4-6 anni	€ 2,00	€ 5,80	€ 3,50
piazzola per tenda, roulotte	€ 9,00	€ 13,50	€ 9,00